

кость конденсатора равна 10^{-6} Ф. Найдите амплитудное значение силы тока в контуре.

- 1) $2 \cdot 10^{-6}$ А; 2) $2 \cdot 10^{-3}$ А; 3) 0,2 А; 4) 0,5 А; 5) 2 А.

10. Предельный угол полного отражения на границе раздела прозрачной пленки с воздухом равен 60° . Найдите показатель преломления пленки.

- 1) 1,155; 2) 1,25; 3) 1,67; 4) 1,732; 5) 2.

Вариант 2

Выберите правильный ответ

1. При движении тела вдоль оси X его координата зависит от времени по закону $x(t) = 60 - 15t$ (м). Найдите путь, пройденный телом за 6 с.

- 1) 30 м; 2) 60 м; 3) 90 м; 4) 150 м; 5) 360 м.

2. Телу сообщают начальную скорость 6 м/с, направленную вверх по наклонной плоскости (рис.4). Угол наклона

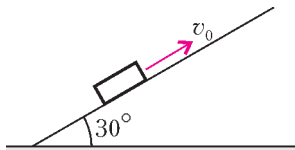


Рис. 4

плоскости составляет 30° . При движении на тело действует сила трения, равная половине силы тяжести. Найдите время движения тела до остановки.

- 1) 0,4 с; 2) 0,5 с; 3) 0,6 с; 4) 1 с; 5) 1,2 с.

3. Кинетическая энергия вагонетки, движущейся по рельсам без трения, равна 12 Дж. После загрузки масса вагонетки увеличивается в 3 раза, а ее импульс не изменяется. Найдите кинетическую энергию груженой вагонетки.

- 1) 4 Дж; 2) 8 Дж; 3) 12 Дж; 4) 24 Дж; 5) 36 Дж.

4. В одном сосуде находится азот, а в другом – гелий. Концентрация молекул гелия в 2 раза больше, чем концентрация молекул азота. Плотность какого газа больше и во сколько раз? Молярная масса гелия 4 г/моль, азота 28 г/моль.

1) Плотность гелия в 2 раза больше; 2) плотность азота в 3,5 раза больше; 3) плотность азота в 7 раз больше; 4) плотность азота в 14 раз больше; 5) необходимо знать температуры газов.

5. При сжатии некоторого количества идеального газа над ним совершают работу 300 Дж, при этом внутренняя энергия газа уменьшается на 300 Дж. Что можно сказать о переходе тепла в этом процессе?

1) Газ получает 300 Дж тепла; 2) газ получает 600 Дж тепла; 3) газ отдает 300 Дж тепла; 4) газ отдает 600 Дж тепла; 5) газ не отдает и не получает тепло.

6. К источнику ЭДС с внутренним сопротивлением 4 Ом подключен реостат. Укажите два значения сопротивления реостата, при которых на нем выделяется одна и та же мощность. Сопротивлением проводов пренебречь.

1) 1 Ом и 5 Ом; 2) 1 Ом и 16 Ом; 3) 2 Ом и 6 Ом; 4) 2 Ом и 10 Ом; 5) 2 Ом и 16 Ом.

7. Два точечных заряда $+1$ мкКл и -4 мкКл находятся в вакууме на расстоянии 0,5 м друг от друга. Какую работу нужно совершить, чтобы сделать расстояние между зарядами очень большим? Коэффициент в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл².

1) 9 мДж; 2) 18 мДж; 3) 36 мДж; 4) 72 мДж; 5) 144 мДж.

8. В катушке индуктивности течет ток 2 А, магнитный поток через катушку равен 0,12 Вб. Чему равна энергия магнитного поля этой катушки?

1) 0,01 Дж; 2) 0,02 Дж; 3) 0,03 Дж; 4) 0,06 Дж; 5) 0,12 Дж.

9. Что нужно сделать для увеличения частоты колебаний математического маятника в 2 раза? Колебания считать малыми.

1) Увеличить длину в 2 раза; 2) увеличить длину в 4 раза; 3) уменьшить длину в 2 раза; 4) уменьшить длину в

4 раза; 5) уменьшить амплитуду колебаний в 2 раза.

10. На дифракционную решетку по нормали падает монохроматический свет. Известно, что период решетки в 10 раз больше длины волны падающего света. Под каким углом дифракции будет наблюдаться максимум 1-го порядка?

- 1) $\arcsin 0,1$; 2) $\arcsin 0,05$; 3) $\arcsin 0,01$; 4) 10° ; 5) 30° .

Вариант 3

(олимпиада-2007)

1. Атмосфера Венеры состоит в основном из углекислого газа. У поверхности этой планеты атмосферное давление равно 9 МПа, плотность атмосферы 64 кг/м³. Чему равна средняя квадратичная скорость молекул углекислого газа при этих условиях?

2. Магнит массой 50 г прикладывают к вертикальной стенке холодильника. Сила притяжения магнита к стенке равна 5 Н, коэффициент трения между магнитом и стенкой 0,2. Удержится ли магнит? Чему будет равна сила трения между магнитом и стенкой?

3. Колебательный контур радиоприемника настроен на прием электромагнитных волн длиной 60 м. В контуре происходят гармонические колебания. Найдите минимальное время, за которое заряд конденсатора этого контура убывает от амплитудного значения до нуля. Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

4. К источнику ЭДС с внутренним сопротивлением 8 Ом подключают нагрузку. При сопротивлении нагрузки 5 Ом на ней выделяется некоторая мощность P . При каком еще сопротивлении нагрузки на ней будет выделяться такая же мощность P ? Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

5. Тепловой двигатель работает по циклу, который изображен на рисунке 5. Рабочим телом является 1 моль идеального одноатомного газа. При изотермическом сжатии газа на участке 4-1 внешние силы совершают работу 1150 Дж. Найдите КПД цикла.

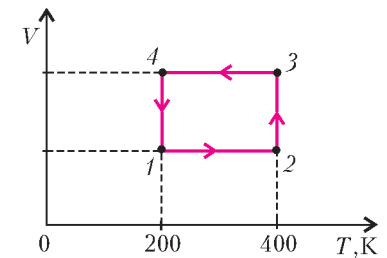


Рис. 5

6. В ускорителе пучок протонов, прошедших ускоряющее напряжение 50 кВ, направляют на неподвижную свинцовую мишень. Найдите максимальную силу взаимодействия протонов с ядрами атомов свинца. Атомный номер свинца 82. Коэффициент в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл², элементарный электрический заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Публикацию подготовили А.Браун, Е.Введенская, Н.Выск, М.Кузьмин, А.Миронов, Л.Муравей, Г.Никулин, А.Покровский, П.Селин, А.Симонов, В.Федорчук

Российский государственный университет нефти и газа им. И.М.Губкина

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Упростите

$$\frac{a^6 + 0,064}{a^4 - 0,4a^2 + 0,16} - \frac{a^4 - 0,16}{a^2 + 0,4}$$

2. Найдите наибольшее целое отрицательное число из области определения функции

$$f(x) = \log_5(2x^2 + 3x - 14).$$

3. Сумма первых 12 членов арифметической прогрессии равна 198. Найдите разность прогрессии, если ее первый член равен 33.

4. Решите уравнение $|x| - 7x - 24 = 0$.

5. Решите уравнение $(\sqrt[8]{23})^{x-3} = (\sqrt[9]{24})^{x-3}$.

6. Вычислите $[4^4]^{\log_6 3\sqrt{3}}$.

7. Вычислите $(\cos^2 65^\circ + \cos^2 25^\circ)(4 \operatorname{tg} 45^\circ + 1)$.

8. Найдите в градусах наименьший положительный корень уравнения

$$\cos 12x + \cos 6x = 7 \cos 3x.$$

9. Найдите наибольшее целое значение параметра a , при котором неравенство

$$x^6 - ax^2 + 20\sqrt{10} > 0$$

выполняется для всех значений x .

10. Сколько целых решений имеет неравенство

$$|x|^{x^2+2x-48} < 1?$$

11. В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB проведена высота CH . Эта высота пересекает биссектрису AL в точке P , а медиану AM – в точке Q . Известно, что $PL : AP = 2 : 1$. Найдите отношение $QM : AQ$.

12. Около правильной треугольной пирамиды описана сфера. Две другие сферы радиусов 13 и 7 расположены так, что каждая из них проходит через середины всех сторон основания и касается описанной сферы изнутри. Найдите радиус описанной сферы.

Вариант 2

1. Упростите и вычислите при $a = 5 + \sqrt{7}$, $c = 1/31$:

$$\left(\frac{\sqrt{2}c^2}{\sqrt[4]{2}ac - a^2} - \frac{a}{\sqrt[4]{2}c - a} \right) \frac{a}{a + \sqrt[4]{2}c}.$$

2. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\sqrt{3(x+2)} > 2x + 1.$$

3. Сумма семнадцатого и тридцать первого членов арифметической прогрессии равна 22. Найдите двадцать четвертый член этой прогрессии.

4. Решите уравнение

$$0,8|x - 0,4| = x^2 + 0,48.$$

5. Решите уравнение

$$(\sqrt{12})^{x-9} : 5^{x-9} = \frac{12}{25}.$$

6. Вычислите $(\lg 2^{3 \log_2 10})^3$.

7. Вычислите $\frac{\cos^2 186^\circ - \sin^2 6^\circ}{0,5 \cos 12^\circ}$.

8. Найдите в градусах наибольший отрицательный корень уравнения $\frac{\operatorname{tg} 8x - \operatorname{tg} 5^\circ}{1 + \operatorname{tg} 8x \operatorname{tg} 5^\circ} = -1$.

9. К графику функции $y = x^4 - 6a^2x^2 - 3a^4$ можно провести единственную касательную, параллельную прямой $y =$

$= 400x - 100$. Найдите наибольшее целое значение, которое может принимать параметр a .

10. Найдите 3^x , где x – меньший корень уравнения $3^x \cdot 2^{x-1} = 36$.

11. Около равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) площади 132 описана окружность. Продолжение биссектрисы, проведенной из вершины A , пересекает эту окружность в точке L , а продолжение медианы, проведенной из той же вершины, – в точке M . Площадь треугольника ALC равна 77. Найдите площадь треугольника AMC .

12. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ боковая грань образует с плоскостью основания угол, косинус которого равен 0,6. В пирамиду вписана сфера радиуса 1. Найдите радиус сферы, которая проходит через все вершины основания так, что вписанная сфера касается ее изнутри.

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Внимание! Если единицы измерения не указаны, выразите ответ в единицах СИ. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Вариант 1

1. Камень, брошенный под углом к горизонту, находился в полете 4 с. Какой наибольшей высоты достиг камень?

2. Радиус некоторой планеты в $\sqrt{3}$ раза меньше радиуса Земли, а ускорение силы тяжести на поверхности планеты в 3 раза меньше, чем на поверхности Земли. Во сколько раз масса планеты меньше массы Земли?

3. Тело брошено вертикально вниз со скоростью 10 м/с с высоты 45 м. На какой высоте от поверхности земли кинетическая энергия тела увеличится вдвое?

4. Горячее тело, температура которого 65°C , приведено в соприкосновение с холодным телом с температурой 20°C . В тепловом равновесии установилась температура 35°C . Во сколько раз теплоемкость холодного тела больше теплоемкости горячего?

5. Какова должна быть емкость (в пФ) конденсатора, который надо соединить последовательно с конденсатором емкостью 20 пФ, чтобы получить батарею конденсаторов емкостью 16 пФ?

6. Какой длины нужно взять никелиновую ленту, чтобы изготовить реостат сопротивлением 12 Ом? Удельное сопротивление никелина $4 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, толщина ленты 1,5 мм, ширина 20 мм.

7. Математический маятник длиной 2,5 см совершает гармонические колебания с амплитудой 0,003 м. Определите наибольшую скорость движения грузика маятника (в см/с).

8. В реакции изотопа алюминия $^{27}_{13}\text{Al}$ и углерода $^{12}_6\text{C}$ образуются α -частица, нейтрон и ядро некоторого изотопа. Определите количество нейтронов в образующемся ядре.

9. Шарик, подвешенный на легкой нити к потолку, вращается по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, с угловой скоростью 5 рад/с. Найдите расстояние (в см) между точкой подвеса и центром окружности.

10. В гладкий высокий стакан радиусом 4 см поставили палочку длиной 10 см и массой 90 г. После того как в стакан налили до высоты 4 см жидкость плотностью 900 кг/м^3 , сила давления верхнего конца палочки на стенку стакана стала 0,4 Н. Чему равна плотность материала палочки?

11. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре 7°C равно 150 кПа. До какой температуры (по шкале Цельсия) надо нагреть бутылку, чтобы из нее вылетела пробка, если известно, что для вынимания пробки

до нагревания бутылки требовалась минимальная сила 90 Н? Площадь поперечного сечения пробки 8 см^2 .

12. По П-образной рамке, наклоненной под углом 30° к горизонту и помещенной в однородное вертикальное магнитное поле, начинает соскальзывать без трения перемычка массой 30 г. Длина перемычки 10 см, ее сопротивление 1 мОм, индукция магнитного поля 0,1 Тл. Найдите установившуюся скорость движения перемычки. Сопротивлением рамки пренебречь.

Вариант 2

1. Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через 4 с после начала движения достиг скорости 8 м/с. Какой путь прошел автомобиль за четвертую секунду движения?

2. Вверх по наклонной плоскости высотой 9 м и длиной 15 м пущена шайба. Коэффициент трения равен 0,5. Найдите ускорение шайбы. В ответе укажите абсолютную величину ускорения.

3. На горизонтальной плоскости лежит тонкая цепь длиной 1 м и массой 4 кг. Чему равна минимальная работа по подъему цепи, взятой за один конец, на высоту, при которой нижний ее конец отстоит от плоскости на расстояние, равное длине цепи?

4. Однородный шар плавает на поверхности воды, на 60% погруженный в воду. Чему равен объем шара (в см^3), если на него действует выталкивающая сила 3 Н? Плотность воды 1000 кг/м^3 .

5. Резиновую лодку надули утром, когда температура воздуха была 7°C . На сколько процентов увеличилось давление воздуха в лодке, если днем он прогрелся под лучами солнца до 21°C ? Изменением объема лодки пренебречь.

6. Найдите полезную мощность батареи, ЭДС которой 48 В, если внешнее сопротивление 23 Ом, а внутреннее сопротивление батареи 1 Ом.

7. На катушке сопротивлением 2 Ом поддерживается напряжение 80 В. Чему равна энергия магнитного поля катушки, если ее индуктивность 15 мГн?

8. Расстояние между предметом и его уменьшенным в 6 раз мнимым изображением равно 25 см. Найдите расстояние от предмета до линзы (в см).

9. Стальной шар массой 300 г падает без начальной скорости с высоты 5 м на наклонную плоскость, составляющую угол 60° с горизонтом. Считая удар абсолютно упругим, найдите среднюю силу взаимодействия шара с наклонной плоскостью. Продолжительность удара составляет 0,02 с. Действием силы тяжести за время удара и сопротивлением воздуха пренебречь.

10. Шарик массой 5 г с зарядом 2 мКл подвешен на нити в горизонтальном электрическом поле с напряженностью 20 В/м, направленной слева направо. Шарик с нитью отводят вправо до горизонтального положения нити и отпускают. Найдите натяжение нити (в мН) в тот момент, когда она впервые составит с вертикалью угол α ($\cos \alpha = 0,8$).

11. Пуля, летевшая горизонтально со скоростью 500 м/с, пробила насквозь доску на высоте 20 см от земли. При этом температура пули увеличилась на 150°C . Считая, что на нагревание пули пошла вся выделившаяся энергия, найдите, на каком расстоянии (по горизонтали) от места удара пуля упала на землю. Удельная теплоемкость материала пули $300 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$.

12. Магнит массой 200 г лежит на горизонтальной металлической плите. Чтобы оторвать магнит от плиты, его надо потянуть вверх с силой 16 Н. Вместо этого плиту заставляют колебаться в вертикальном направлении по закону $y = A \sin \omega t$ с амплитудой $A = 5 \text{ см}$. При какой

минимальной циклической частоте ω магнит оторвется от плиты?

Публикацию подготовили Б.Писаревский, А.Черноуцан

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(физико-механический факультет)

1. Упростите выражение $\left(4x + \frac{x+3}{x-2}\right) : \frac{x-1}{x-2}$.

2. Решите неравенство $|x-1| < 2$.

3. Найдите производную функцию $y = 2x^2\sqrt{x} + \sqrt{x}$ в точке $x = 1$.

4. Одну из сторон прямоугольника увеличили на 25%. На сколько процентов следует уменьшить другую сторону, чтобы вернуть площадь к прежнему значению?

5. Решите неравенство $\sqrt{x+3} \leq 9-x$.

6. Вычислите $x_1^3 x_2^5 + x_1^5 x_2^3$, если x_1, x_2 – корни уравнения $x^2 - 4x + 2 = 0$.

7. Найдите целое число – значение выражения $\text{ctg} 15^\circ + 2\sqrt{2} \cos 105^\circ$.

8. Решите уравнение $\sin 2x - 3 = 3 \cos x - 3 \sin x$.

9. Найдите целое число – значение выражения $\frac{\log_2(\sqrt{19} - 3\sqrt{2})}{\log_8(\sqrt{19} + 3\sqrt{2})}$.

10. Какое число больше: $a = \log_{\sqrt{2}+1}(\sqrt{2} + 2)$ или $b = \log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2} + 1)$?

11. Решите уравнение $3^x + 5^x = 2^{3x}$.

12. Найдите разность возрастающей арифметической прогрессии с целочисленными членами, среди первых 20 членов которой имеются числа 33, 48, 88.

13. Найдите целое число – значение выражения $\frac{15}{\pi} \arcsin \sin \frac{112\pi}{15}$.

14. Решите уравнение $\arccos(2x^2 - 1) + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$.

15. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{(6-x) \log_3(x-1)}.$$

16. Найдите множество значений функции

$$y = 2 \sin^2 x - \sin x.$$

17. Решите уравнение $x - |x-3| = \sqrt{3 - |x-4|}$.

18. Биссектриса и медиана, проведенные из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, образуют угол, синус которого равен $1/\sqrt{3}$. Вычислите площадь треугольника, если биссектриса имеет длину 3.

19. Вычислите объем правильного тетраэдра, площадь полной поверхности которого равна $16\sqrt{3}$.

20. При каких значениях параметра $a > 0$ окружности $(x-6a)^2 + (y-2a)^2 = 36a^2$ и $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$ касаются друг друга?