Как Студент думал Землю остановить

А.СТАСЕНКО

Бывает, что усердие превозмогает и рассудок.

Козьма Прутков

ОДНАЖДЫ ПОД УТРО ПОДУМАЛОСЬ СТУДЕНТУ: ЕСТЬ же на Земле такие счастливые места, где ночь длится полгода! И тут пришла ему в голову Идея: остановить вращение Земли – чтобы утро вообще не наступило. Ведь повернута же Луна к нам только одним своим полушарием.

Понятно, что затормозить вращение можно, например, при помощи реактивной силы выбрасываемой массы. Но какую массу для этого придется выбросить в космос? С какой скоростью? И вот, чтобы не утруждать себя деталями, в «тонком полусне» Студент сделал простые численные оценки.

Ясно, что искомую массу Δm нужно выбрасывать симметрично относительно оси вращения – чтобы не изменить движение центра масс Земли. И, конечно, противоположно направлению ее окружной (линейной) скорости V_0. Например, так, как изображено на рисунке 1, где N – северный полюс, а u – искомая скорость выброса относительно Земли. В системе неподвижных звезд скорость выброса будет равна $u - V_0$.

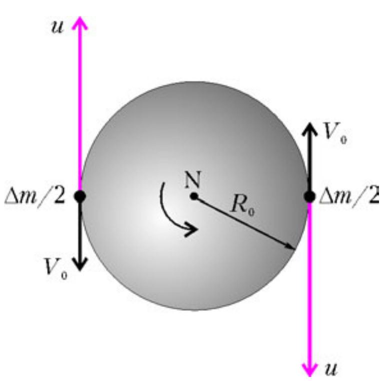
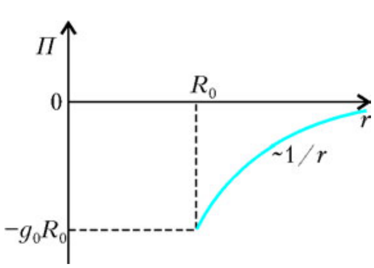


Рис. 1

Для того чтобы выброшенная масса не возвратилась, ее скорость на бесконечном удалении от Земли должна по крайней мере обратиться в ноль. Значит, там равна нулю ее кинетическая энергия. Но и потенциальная энергия $П$ там тоже равна нулю – см. рисунок 2, где $-g_0R_0$ это потенциальная энергия единицы массы на поверхности Земли. Следовательно, закон сохранения полной механической энергии единицы массы можно записать в виде



$$\frac{(u - V_0)^2}{2} + (-g_0R_0) = 0 + 0.$$

Отсюда находим

$$u = \sqrt{2g_0R_0} + V_0 .$$

«Конечно, это только оценка, – успокоил себя Студент, – ведь в процессе выброса будет изменяться и масса Земли, и ее радиус, и, следовательно, ускорение тяготения на поверхности». (Поэтому величины V, g, R и отмечены индексом «0» – чтобы подчеркнуть, что для оценки берутся их начальные значения.) Но если в результате окажется, что искомая масса Δm много меньше начальной массы Земли M_0 ($\Delta m \ll M_0$), то эта оценка вполне разумна и может быть принята в качестве «первого приближения» – как любят говаривать физики.

Далее, чтобы не утруждать себя такими понятиями, как момент силы и момент инерции, Студент смело принял упрощенную модель Земли. Он представил ее в виде обруча, вдоль которого распределена вся ее масса. Тогда начальный «вращательный» импульс Земли равен $M_0V_0 \equiv (M_0 - \Delta m)V_0 + \Delta m V_0$ (в этом выражении уже выделена отбрасываемая масса Δm). Сразу после выброса вращение оставшейся массы $M_0 - \Delta m$, по предположению, прекратилось, а отброшенная масса приобрела скорость $u - V_0$. Тогда закон сохранения импульса будет выглядеть так:

$$(M_0 - \Delta m)V_0 + \Delta m V_0 = (M_0 - \Delta m)\cdot 0 + \Delta m (u - V_0),$$

откуда получаем

$$\frac{\Delta m}{M_0} = \frac{V_0}{u - V_0} = \frac{V_0}{\sqrt{2g_0R_0}} .$$

Осталось найти численные значения. Тут время вспомнить, что радиус Земли $R_0 = 6,4\cdot 10^6$ м, ее масса $M_0 = 6\cdot 10^{24}$ кг, а период обращения вокруг своей оси $T_0 = 24$ ч. Тогда окружная скорость на экваторе Земли равна

$$V_0 = \frac{2\pi R_0}{T_0} = \frac{2\cdot 3,14\cdot 6,4\cdot 10^6 \text{ м}}{3600\frac{\text{с}}{\text{ч}}\cdot 24 \text{ ч}} \approx 465 \text{ м/с}$$

(больше скорости звука в воздухе!). Стоящее в знаменателе предыдущей формулы выражение $\sqrt{2g_0R_0}$ – это вторая космическая скорость υ_{II}, равная

$$\upsilon_{II} = \sqrt{2g_0R_0} = \sqrt{2\cdot 10 \text{ м/с}^2\cdot 6,4\cdot 10^6 \text{ м}} \approx 11 \text{ км/с} .$$

В итоге получаем

$$\frac{\Delta m}{M_0} = \frac{0,46}{11} \approx 4\% .$$

«А если учесть, что Земля – это не обруч, а шар, – подумал Студент, – то ее затормозить легче, поскольку не вся ее масса находится на расстоянии R_0 от оси вращения». Действительно, неслучайно есть такое понятие, как момент инерции: для шара он равен $\frac{2}{5}M_0R_0^2$, а для обруча $M_0R_0^2$. (Иными словами, Землю можно было бы представить обручем радиусом $R = \sqrt{\frac{2}{5}}R_0$.) Значит, потребуется выбросить массу еще приблизительно в $\frac{2}{5}$ раз меньшую, т.е.

$$\frac{\Delta m}{M_0} < 2\% .$$

Именно с такой точностью верно принятое нами предположение $\Delta m \ll M_0$.

Но много это или мало? Сравним, например, с массой земной коры, плавающей на более тяжелой магме (той самой, которая иногда вытекает из вулканов). Земная кора сложена, в основном, из базальтов и гранитов, покрытых менее плотным слоем осадочных пород. Положим для оценок среднюю толщину коры равной h = 20 км, а плотность – порядка $\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м^3 . Тогда масса этого шарового слоя будет порядка

$$m_{\text{к}} = \rho h \cdot 4\pi R_0^2 =$$
$$= 3 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 4\pi \left(6,4 \cdot 10^6\right)^2 \text{ кг} \approx 3 \cdot 10^{22} \text{ кг}.$$

А масса океана еще меньше:

$$m_{\text{ок}} \approx 1,4 \cdot 10^{21} \text{кг}.$$

(Более точные данные можно найти, например, в книге А.В.Бялко «Наша планета – Земля» – М.: Наука, Библиотечка «Квант», вып.29.) В сумме эти массы составляют приблизительно

$$\frac{3 \cdot 10^{22}}{6 \cdot 10^{24}} = 5 \cdot 10^{-3} = 0,5\%$$

от массы Земли. Таким образом, даже если выбросить в космос все океаны и всю земную кору (вплоть до более плотных пород, куда еще никто не добирался), то и этого не хватит, чтобы остановить вращение Земли.

Но пусть даже хватило бы массы. А какую наименьшую энергию надо было бы затратить, чтобы сообщить выбрасываемой массе вторую космическую скорость? Кинетическая энергия этой массы равна

$$\frac{\Delta m v_{\text{II}}^2}{2} \approx \frac{0,02 \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot \left(11 \cdot 10^3 \text{ м/с}\right)^2}{2} \approx 10^{31} \text{ Дж}.$$

Сколько же потребовалось бы, например, керосина, чтобы обеспечить такую потребность в энергии? При сгорании одного килограмма керосина выделяется примерно $4 \cdot 10^7$ Дж тепла. Если предположить, что все оно идет в «дело» без потерь, то необходимая минимальная масса сгоревшего керосина должна составить

$$m_{\text{кер}} \approx \frac{10^{31} \text{ Дж}}{4 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}} \approx 2 \cdot 10^{23} \text{ кг}.$$

О, да это ведь сотня океанов из чистого керосина!

И Студенту стало жаль и массы, и энергии Земли. «Нет уж, – подумал он, – лучше встать и пойти на лекцию».

Электрические машины и выбор режима

Г.БАКУНИН

АНАЛОГИЯ – ОДИН ИЗ ВАЖНЕЙШИХ ИНСТРУМЕНТОВ исследования. Это неоднократно подчеркивалось как известными учеными, так и историками науки. Воспользуемся этим инструментом и обсудим сходство и различие «мощностных» характеристик хорошо известных электрических устройств.

Рассмотрим простейшую электрическую цепь – модель электронагревателя, состоящую из источника, имеющего ЭДС $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление r, и нагрузки – резистора сопротивлением R (рис.1). Вычислим полезную мощность такого устройства, опираясь на закон Ома:

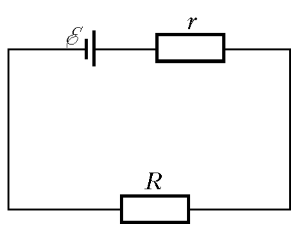


Рис. 1

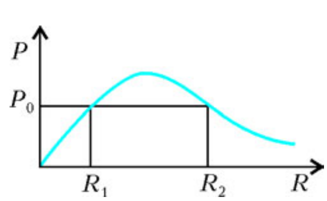


Рис. 2

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{(R + r)^2} R.$$

График зависимости $P(R)$ приведен на рисунке 2. Несложно заметить, что график обладает максимумом, т.е. имеются две возможности обеспечить полезную мощность P_0 устройства в зависимости от внешней нагрузки R_1 или R_2. Большему значению R при этом соответствует меньшее значение тока в цепи.

Таким образом, даже в простейшей электрической машине – электронагревательном приборе – существует возможность выбора режима работы.

Более сложной оказывается ситуация в случае электрического мотора постоянного тока. Здесь в цепи якоря генерируется индукционная ЭДС $\mathcal{E}_i$, и закон Ома записывается в виде

$$U - \mathcal{E}_i = IR,$$

где U – внешнее напряжение, а R – сопротивление якоря. Естественно предположить, что индуцированная ЭДС пропорциональна частоте вращения ω якоря:

$$\mathcal{E}_i = \Phi_0 \omega,$$

где Φ_0 – размерный коэффициент, равный максимальному потоку магнитной индукции через рамку якоря. Анализ выражения для полной мощности:

$$UI = \mathcal{E}_i I + I^2 R$$

показывает, что полезная мощность связана с членом $\mathcal{E}_i I$, где ток якоря I зависит линейно от частоты вращения ω:

$$I = I(\omega) = \frac{U - \mathcal{E}_i(\omega)}{R} = \frac{U - \Phi_0 \omega}{R}.$$

Таким образом, зависимость полезной мощности электрической машины постоянного тока от частоты вращения якоря имеет вид

$$P(\omega) = \mathcal{E}_i(\omega) I(\omega) = \frac{\Phi_0}{R}\left(\omega\left(U - \Phi_0 \omega\right)\right).$$

Здесь, как и в предыдущем случае, виден максимум мощности, однако теперь выбор режима зависит от частоты (рис.3).

Заметим, что нагрузка в данной задаче связана с вращательным моментом, который способен создать электромотор:

$$M(\omega) = \frac{P(\omega)}{\omega} = \frac{\Phi_0}{R}\left(U - \Phi_0 \omega\right).$$

Стабильная работа мотора обеспечивается балансом этого момента и момента M_0, создаваемого внешней нагрузкой. Например, если мотор равномерно поднимает на веревке